

第4讲 与圆有关的计算（练习）

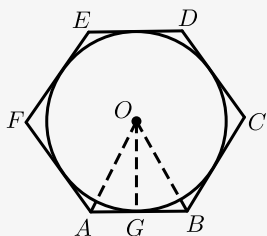
一、圆与正多边形

练习

1. 已知正六边形边长为4，则它的内切圆半径为 _____ .

【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】 如图，连接 OA 、 OB 、 OG ，



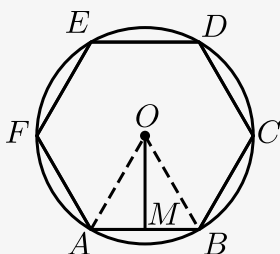
$\because$ 六边形 $ABCDEF$ 是边长为4的正六边形，
 $\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形，
 $\therefore OA = AB = 4$ ，
 $\therefore OG = OA \cdot \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ ，
 $\therefore$ 边长为4的正六边形的内切圆的半径为： $2\sqrt{3}$.

【标注】 【知识点】 圆外切正多边形相关计算

2. 已知 $\odot O$ 的内接正六边形的边心距为 $\sqrt{3}$ ，则 $\odot O$ 的周长为 _____ .

【答案】 4π

【解析】 如图所示，连接 OA 、 OB ，



$\therefore$ 多边形 $ABCDEF$ 是正六边形 ,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$,

$\therefore OA = OB$,

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形 ,

$\therefore \angle OAM = 60^\circ$,

$\therefore OM = OA \cdot \sin \angle OAM$,

$$\therefore OA = \frac{OM}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2 ,$$

$\therefore \odot O$ 的周长为 4π ,

故答案为 : 4π .

【标注】【知识点】正多边形的半径与边心距

3. 已知圆的半径是 $2\sqrt{3}$, 则该圆的内接正三角形的面积是 () .

A. 9

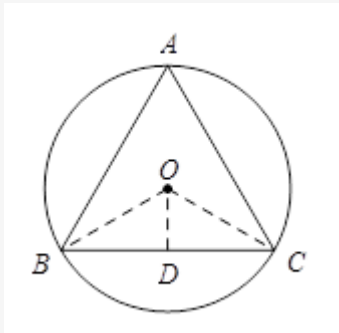
B. $9\sqrt{3}$

C. 6

D. $6\sqrt{3}$

【答案】 B

【解析】 如图所示 , 连接 OB 、 OC , 作 $OD \perp BC$ 于 D ,



则 $\angle ODB = 90^\circ$, $BD = CD$, $\angle OBC = 30^\circ$,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}OB = \sqrt{3} ,$$

$$\therefore BD = \sqrt{OB^2 - OD^2} = 3 ,$$

$$\therefore BC = 2BD = 6 ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 的面积 = 3 ,

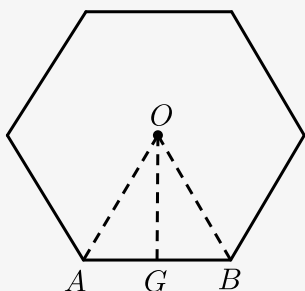
$$S_{\triangle OBC} = 3 \times \frac{1}{2}BC \times OD = 3 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 9\sqrt{3} .$$

【标注】【知识点】三角形五心

4. 若圆内接正六边形的边长为 2 , 则边心距为 _____ .

【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】 如图，连接 OA 、 OB ；过点 O 作 $OG \perp AB$ 于点 G 。



$\because$ 正六边形边长为 2，

$\therefore OA = AB = 2$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AOG$ 中， $OA = 2$ ， $\angle AOG = 30^\circ$ ，

$\therefore OG = OA \cdot \cos 30^\circ$ ，

$$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \sqrt{3}，$$

故答案为： $\sqrt{3}$ 。

【标注】 【知识点】 正多边形与圆

5. 若同一个圆的内接正三角形、正六边形的边长分别记作 a_3 ， a_6 ，则 $a_3 : a_6$ 等于（ ）。

A. $1 : \sqrt{3}$

B. $1 : 3$

C. $3 : 1$

D. $\sqrt{3} : 1$

【答案】 D

【解析】 设圆的半径是 r ，

则多边形的半径是 r ，

如图 1，

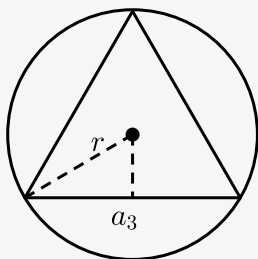


图 1

则内接正三角形的边长 $a_3 = 2r \sin 60^\circ = \sqrt{3}r$ ，

如图 2，

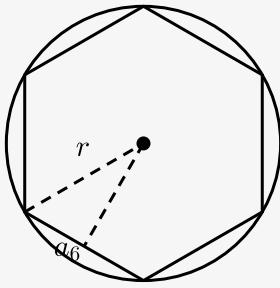


图 2

正六边形的边长是 $a_6 = r$,

因而半径相等的圆的内接正三角形、正六边形的边长之比 $a_3 : a_6 = \sqrt{3} : 1$.

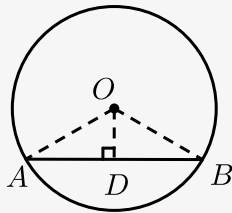
故选D .

【标注】【知识点】圆内接正多边形相关计算

6. 已知, $\odot O$ 的半径为6, 若它的内接正 n 边形的边长为 $6\sqrt{2}$, 则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 4

【解析】



如图所示: 连接 AO, BO , 过点 O 做 $OD \perp AB$,

$\because \odot O$ 的半径为6, 它的内接正 n 边形的边长为 $6\sqrt{2}$,

$\therefore AD = BD = 3\sqrt{2}$,

$\therefore \sin \angle AOD = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore \angle AOD = 45^\circ$,

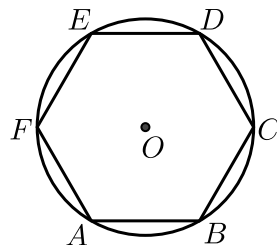
$\therefore \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore n = \frac{360^\circ}{90^\circ} = 4$.

故答案为: 4 .

【标注】【知识点】圆内接正多边形相关计算

7. 如图, 已知 $\odot O$ 的周长等于 6π cm, 则它的内接正六边形 $ABCDEF$ 的面积是 () .



A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

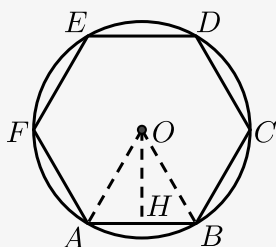
B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$

D. $27\sqrt{3}$

【答案】 C

【解析】 过点 O 作 $OH \perp AB$ 于点 H ，连接 OA ， OB ，



$$\therefore AH = \frac{1}{2}AB,$$

$\because \odot O$ 的周长等于 $6\pi \text{ cm}$ ，

$\therefore \odot O$ 的半径为： 3 cm ，

$$\therefore \angle AOB = \frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ, OA = OB,$$

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形，

$$\therefore AB = OA = 3\text{ cm},$$

$$\therefore AH = \frac{3}{2}\text{ cm},$$

$$\therefore OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{ cm},$$

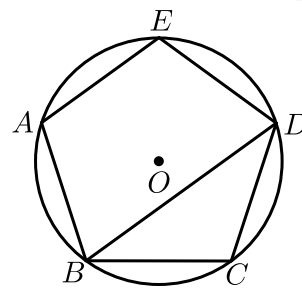
$$\therefore S_{\text{正六边形}ABCDEF} = 6S_{\triangle OAB} = 6 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2.$$

故选 C.

【标注】 【知识点】 圆内接正多边形相关计算

练习

8. 如图，已知正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$ ，连接 BD ，则 $\angle ABD$ 的度数是 () .



A. 60°

B. 70°

C. 72°

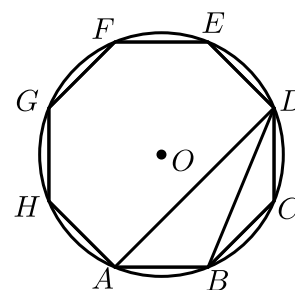
D. 144°

【答案】 C

【解析】 $\because$ 五边形 $ABCDE$ 为正五边形，
 $\therefore \angle ABC = \angle C = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$ ，
 $\because CD = CB$ ，
 $\therefore \angle CBD = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle CBD = 72^\circ$ ，
 故选 C。

【标注】 【知识点】 圆内接正多边形相关计算

9. 如图，正八边形 $ABCDEFGH$ 内接于 $\odot O$ ，则 $\angle ADB$ 的度数为（ ）。



A. 45°

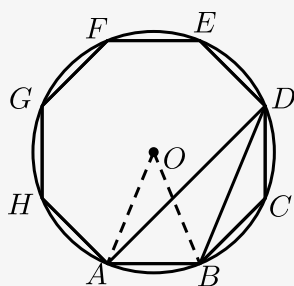
B. 25°

C. 22.5°

D. 20°

【答案】 C

【解析】 连接 AO ， OB ，



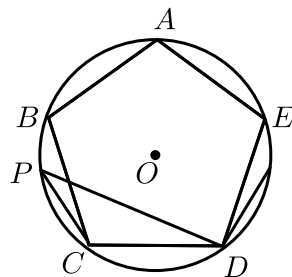
$$\angle AOB = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB = 22.5^\circ.$$

故选C.

【标注】【知识点】正多边形与圆的综合

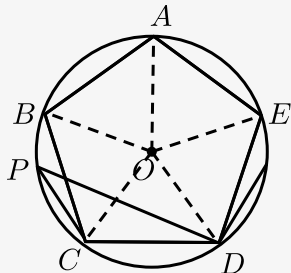
10. 如图，正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$ ，点 P 是劣弧 $\widehat{BC}$ 上一点（点 P 不与点 C 重合），则 $\angle CPD =$ （ ）.



- A. 45° B. 36° C. 35° D. 30°

【答案】B

【解析】连接 OC, OD, OE, OB, OA ,



$$\text{则 } \angle CPD = \frac{1}{2} \angle COD,$$

又 $\because ABCDE$ 是正五边形,

$$\therefore \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOA = \angle AOE,$$

$$\text{且 } \angle BOC + \angle COD + \angle DOE + \angle EOA + \angle AOE = 360^\circ,$$

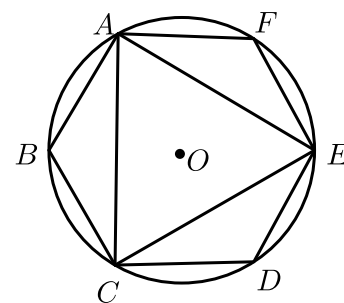
$$\therefore \angle COD = \frac{1}{5} \times 360^\circ = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle CPD = 36^\circ.$$

故选B.

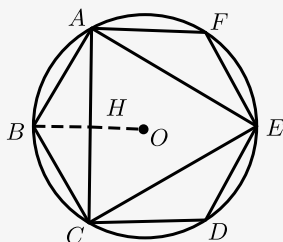
【标注】【知识点】圆内接正多边形相关计算

11. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ 其边长为4，则 $\odot O$ 的内接正三角形 ACE 的边长为 _____.



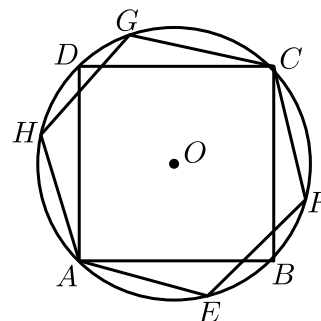
【答案】 $4\sqrt{3}$

【解析】 如图，连接 OB 交 AC 于 H ，
 在正六边形 $ABCDEF$ 中，
 $AB = BC$ ， $\angle ABC = 120^\circ$ ，
 $\therefore \widehat{AB} = \widehat{BC}$ ，
 $\therefore OB \perp AC$ ，
 $\therefore \angle ABH = \angle CBH = 60^\circ$ ， $AH = CH$ ，
 $\therefore AH = AB \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$ ，
 $\therefore AC = 2AH = 4\sqrt{3}$ 。
 故答案为： $4\sqrt{3}$ 。



【标注】 【知识点】 圆内接正多边形相关计算

12. 如图所示， $\odot O$ 是正方形 $ABCD$ 与正六边形 $AEFCGH$ 的外接圆．正方形 $ABCD$ 与正六边形 $AEFCGH$ 的边长之比为 _____．连接 BE ， BE 为 $\odot O$ 的内接正 _____ 边形的一边．

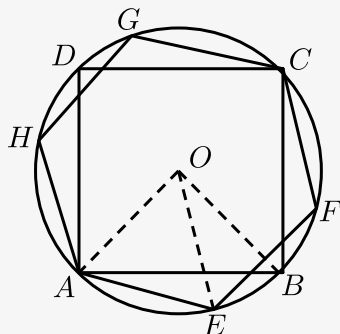


【答案】 $\sqrt{2}:1$; 十二

【解析】 $\because$ 圆内接四边形与圆内接正六边形,

$$\therefore \widehat{AB} = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ, \widehat{AE} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ,$$

连接 OA, OB, OE ,



$\therefore \triangle AOB$ 为等腰 $\text{Rt}\triangle$, $\triangle AOE$ 为等边三角形,

$$\therefore AB = \sqrt{2}r, AE = r,$$

$$\therefore AB : AE = \sqrt{2} : 1,$$

$$\therefore \angle AOE = 60^\circ, \angle BOA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = 30^\circ,$$

$$\therefore \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12,$$

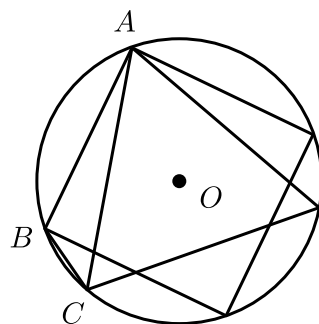
$\therefore BE$ 为 $\odot O$ 的内接正十二边形的一边.

故答案为: $\sqrt{2}:1$, 十二.

【标注】 【知识点】圆内接正多边形相关计算

练习

13. 如图, AB 、 AC 分别为 $\odot O$ 的内接正方形、内接正三角形的一边, BC 是圆内接 n 边形的一边, 则 n 等于 ().



A. 8

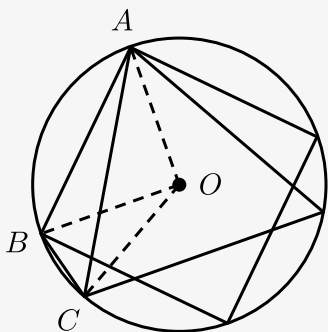
B. 10

C. 12

D. 16

【答案】C

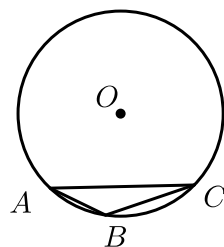
【解析】连接 OA, OB, OC .



$\because AB, AC$ 分别是 $\odot O$ 的内接正方形, 内接正三角形的一边,
 $\therefore \angle AOC = \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ, \angle AOB = \frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ,$
 $\therefore \angle BOC = \angle AOC - \angle AOB = 30^\circ,$
 $\therefore n = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12.$
故选C.

【标注】【知识点】正多边形的中心与中心角

14. 如图, AC 是 $\odot O$ 的内接正四边形的一边, 点 B 在弧 AC 上, 且 BC 是 $\odot O$ 的内接正六边形的一边. 若 AB 是 $\odot O$ 的内接正 n 边形的一边, 则 n 的值为().



A. 6

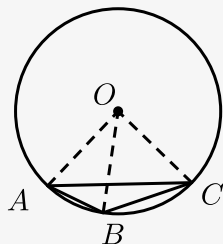
B. 8

C. 10

D. 12

【答案】D

【解析】连接 AO, BO, CO ,



$\because AC$ 是 $\odot O$ 内接正四边形的一边,
 $\therefore \angle AOC = 360^\circ \div 4 = 90^\circ,$

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 内接正六边形的一边，
 $\therefore \angle BOC = 360^\circ \div 6 = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle AOB = \angle AOC - \angle BOC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，
 $\therefore n = 360^\circ \div 30^\circ = 12$ ；
 故选：D。

【标注】【知识点】圆内接正多边形相关计算

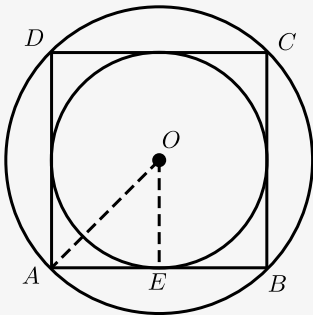
练习

15. 若正方形的外接圆半径为2，则其内切圆半径为（ ）。

- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

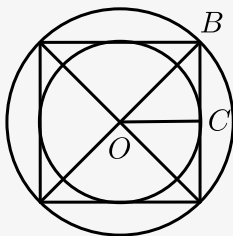
【答案】A

【解析】方法一：如图所示，连接 OA 、 OE ，



$\therefore AB$ 是小圆的切线，
 $\therefore OE \perp AB$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，
 $\therefore AE = OE$ ，
 $\therefore \triangle AOE$ 是等腰直角三角形，
 $\therefore OE = \frac{\sqrt{2}}{2} OA = \sqrt{2}$ 。

方法二：如图：



由“正方形的外接圆半径为2”可得 $OB = 2$ ， $\angle OBC = 45^\circ$ ，

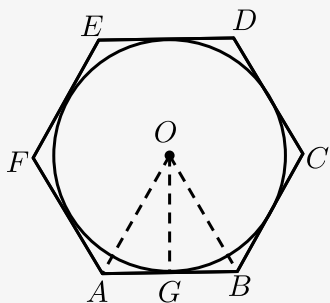
由切线性质可得 $\angle OCB = 90^\circ$,
 所以 $\triangle OBC$ 为等腰直角三角形 ,
 由勾股定理得 $OC^2 + BC^2 = OB^2$.
 所以 $OC = \frac{\sqrt{2}}{2}OB = \sqrt{2}$.

【标注】【知识点】圆内接正多边形相关计算

16. 若正六边形的内切圆半径为2, 则其外接圆半径为 _____ .

【答案】 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【解析】如图, 连接 OA 、 OB , 作 $OG \perp AB$ 于 G ,



则 $OG = 2$,

$\because$ 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形 ,

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形 ,

$\therefore \angle OAB = 60^\circ$,

$$\therefore OA = \frac{OG}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} ,$$

$\therefore$ 若正六边形的内切圆半径为2, 则其外接圆半径为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

故答案为: $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

【标注】【知识点】正多边形与圆的综合

17. 如果某正多边形的外接圆半径是其内切圆半径的 $\sqrt{2}$ 倍, 那么这个正多边形的边数是 () .

A. 3

B. 4

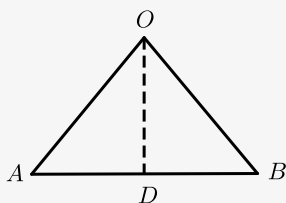
C. 5

D. 无法确定

【答案】 B

【解析】

作出简单示意图， AB 为正多边形的一边， AO 是外接圆的半径，过点 O 作 $OD \perp AB$ 于点 D ，则 OD 是内切圆的半径．



依据题意得， $AO = \sqrt{2}OD$ ，

$$\therefore \sin \angle OAB = \frac{OD}{OA} = \frac{\sqrt{2}}{2}，$$

$$\therefore \angle OAB = 45^\circ．$$

$$\therefore OA = OB，$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^\circ，$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ，$$

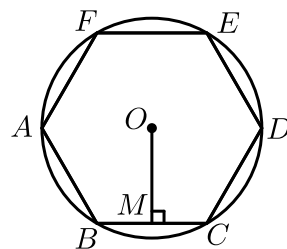
$$\therefore n = \frac{360^\circ}{90^\circ} = 4，$$

$\therefore$ 该正多边形的边数是4．

故选B．

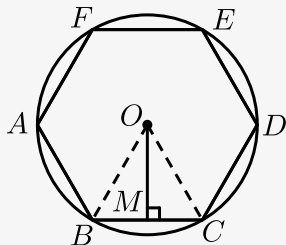
【标注】【知识点】正多边形与圆的综合

18. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 的外接圆半径为4，则这个正六边形的边心距 $OM = \underline{\hspace{2cm}}$ ．



【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】如图所示，连接 OC 、 OB ，



$\therefore$ 多边形 $ABCDEF$ 是正六边形，

$$\therefore \angle BOC = 60^\circ，$$

$\therefore OC = OB$,
 $\therefore \triangle BOC$ 是等边三角形 ,
 $\therefore \angle OBM = 60^\circ$,
 $\therefore OM = OB \sin \angle OBM = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.
 故答案为 : $2\sqrt{3}$.

【标注】【知识点】正多边形的半径与边心距

二、圆中的计算

练习

19. 在半径为3的圆中， 150° 的圆心角所对的弧长为（ ）.

- A. $\frac{15}{4}\pi$ B. $\frac{15}{2}\pi$ C. $\frac{5}{4}\pi$ D. $\frac{5}{2}\pi$

【答案】 D

【解析】 方法一：本题考查弧长公式运用 .

方法二：

$$l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{150 \times \pi \times 3}{180} = \frac{5}{2}\pi .$$

【标注】【知识点】弧长公式

20. 若扇形的圆心角为 60° ，半径为6，则该扇形的弧长为（ ）.

- A. π B. 2π C. 3π D. 4π

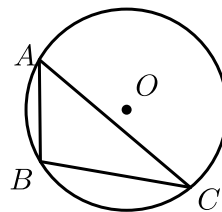
【答案】 B

【解析】 该扇形的弧长为 $l = \frac{60}{180} \times \pi \cdot 6 = 2\pi$ ，故答案为B .

【标注】【知识点】弧长公式

【能力】 运算能力

21. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，若 $\odot O$ 的半径为6， $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\widehat{BC}$ 的长为（ ）.



A. 2π

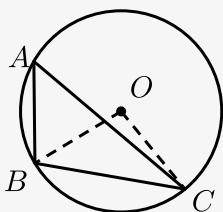
B. 4π

C. 6π

D. 12π

【答案】 B

【解析】 连接 OB, OC .



$$\because \angle A = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 120^\circ ,$$

$$\therefore \widehat{BC} = \frac{120\pi \times 6}{180} = 4\pi .$$

故选B .

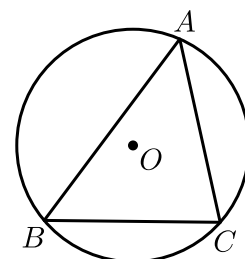
【标注】 【知识点】 圆周角定理以及应用

【知识点】 弧长公式

【能力】 推理论证能力

【能力】 运算能力

22. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle B = 65^\circ$, $\angle C = 70^\circ$, 若 $BC = 2\sqrt{2}$, 则 $\widehat{BC}$ 的长为 ().



A. π

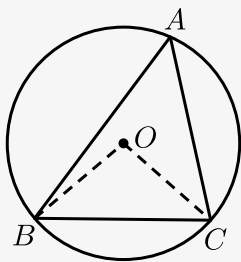
B. $\sqrt{2}\pi$

C. 2π

D. $2\sqrt{2}\pi$

【答案】 A

【解析】 方法一: 连接 OB, OC ,



$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 180^\circ - 65^\circ - 70^\circ = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ ,$$

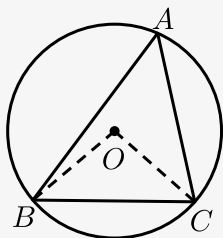
$$\therefore BC = 2\sqrt{2} ,$$

$$\therefore OB = OC = 2 ,$$

$$\therefore \widehat{BC} \text{的长为} \frac{90 \cdot \pi \cdot 2}{180} = \pi .$$

故选：A .

方法二：连接 OB 、 OC ,



$$\therefore \angle ABC = 65^\circ , \angle ACB = 70^\circ ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 65^\circ - 70^\circ = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ ,$$

$$\therefore OB = OC ,$$

$\therefore \triangle BOC$ 是等腰直角三角形 ,

$$\therefore OB = BC \cdot \sin 45^\circ = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 ,$$

$$\therefore \widehat{BC} \text{的长为} : \frac{90\pi \times 2}{180} = \pi .$$

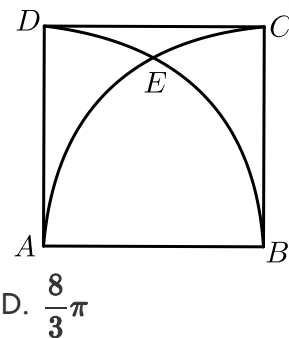
故选A .

【标注】【知识点】弧长公式

【知识点】圆周角定理以及应用

【知识点】弧、弦、圆心角关系

23. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长 $AB = 4$ ，分别以点 A 、 B 为圆心， AB 长为半径画弧，两弧交于点 E ，则弧 CE 的长是 () .



A. $\frac{2}{3}\pi$

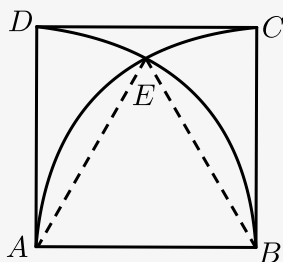
B. π

C. $\frac{4}{3}\pi$

D. $\frac{8}{3}\pi$

【答案】A

【解析】连接 AE 、 BE ，



$$\therefore AE = BE = AB,$$

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形 .

$$\therefore \angle EAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \widehat{AE} = \frac{60\pi \times 4}{180} = \frac{4}{3}\pi.$$

$$\therefore \widehat{AC} = \frac{90\pi \times 4}{180} = 2\pi,$$

$$\therefore \widehat{CE} = 2\pi - \frac{4}{3}\pi = \frac{2}{3}\pi.$$

【标注】【知识点】弧长公式

练习

24. 120° 的圆心角对的弧长是 6π ，则此弧所在圆的半径是（ ）.

A. 3

B. 4

C. 9

D. 18

【答案】C

【解析】根据弧长的公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，

$$\text{得到：} 6\pi = \frac{120\pi r}{180},$$

$$\text{解得 } r = 9.$$

【标注】【知识点】弧长公式

25. 一条弧所对的圆心角为 135° ，弧长等于半径为 5cm 的圆的周长的 3 倍，则这条弧的半径为 _____ cm .

【答案】 40

【解析】 设弧所在圆的半径为 r ，由题意得， $\frac{135\pi r}{180} = 2\pi \times 5 \times 3$ ，解得， $r = 40\text{cm}$

【标注】 【知识点】 弧长公式

【知识点】 圆的定义

26. 已知扇形的圆心角为 120° ，弧长为 $10\pi\text{ cm}$ ，则扇形的半径为 _____ cm .

【答案】 15

【解析】 扇形的弧长公式是

$$L = \frac{n\pi r}{180} = \frac{120 \times \pi \times r}{180} = 10\pi$$

解得： $r = 15$.

【标注】 【知识点】 弧长公式

27. 75° 的圆心角所对的弧长是 $2.5\pi\text{cm}$ ，则此弧所在圆的半径是 _____ cm .

【答案】 6

【解析】 $\because 75^\circ$ 圆心角所对的弧长是 $2.5\pi\text{ cm}$ ，

$$\begin{aligned} \text{由 } L &= \frac{n\pi r}{180}, \\ \therefore 2.5\pi &= \frac{75\pi \times r}{180}, \end{aligned}$$

解得： $r = 6$.

故答案为： 6 .

【标注】 【知识点】 弧长公式

28. 在圆中，如果 75° 的圆心角所对的弧长为 $2.5\pi\text{ cm}$ ，那么这个圆的半径是 _____ cm .

【答案】 6

【解析】设这个圆的半径为 r ，

由弧长公式，得 $\frac{75}{180}\pi \times r = 2.5\pi$ ，

解得 $r = 6\text{cm}$ 。

【标注】【知识点】弧长公式

练习

29. 如果一个扇形的半径是2，弧长是 $\frac{\pi}{2}$ ，则此扇形的圆心角的度数为（ ）。

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

【答案】B

【解析】设圆心角的度数为 n ，

则弧长 $l = \frac{n\pi \times 2}{180^\circ} = \frac{\pi}{2}$ ，

则 $n = 45^\circ$ 。

故选B。

【标注】【知识点】弧长公式

30. 一段圆弧的半径是12，弧长是 4π ，则这段圆弧所对的圆心角是（ ）。

A. 60°

B. 90°

C. 120°

D. 150°

【答案】A

【解析】根据弧长公式有： $4\pi = \frac{n\pi \times 12}{180}$ ，解得： $n = 60$ 。

【标注】【知识点】弧长公式

31. 一个半径为24的扇形的弧长等于 20π ，则这个扇形的圆心角（ ）。

A. 120°

B. 135°

C. 150°

D. 165°

【答案】C

【解析】圆心角 $= \frac{\text{弧长}}{\text{半径}} = \frac{20\pi}{24} = \frac{5\pi}{6} = 150^\circ$ 。

【标注】【能力】运算能力

练习

32. 圆心角是 60° 的扇形的半径为6，则这个扇形的面积是 _____ .

【答案】 6π

【解析】 $S_{\text{扇形}} = \frac{60\pi \times 6^2}{360} = 6\pi$.

【标注】 【知识点】 扇形的面积公式

33. 已知一个扇形的半径是2，圆心角是 60° ，则这个扇形的面积是 () .

A. $\frac{2\pi}{3}$

B. π

C. $\frac{\pi}{3}$

D. 2π

【答案】 A

【解析】 由扇形面积公式可知， $S = \frac{60}{360}\pi \times 2^2 = \frac{2\pi}{3}$.

【标注】 【知识点】 扇形的面积公式

34. 已知扇形的圆心角为 120° ，所对的弧长为 $\frac{8\pi}{3}$ ，则此扇形的面积是 _____ .

【答案】 $\frac{16}{3}\pi$

【解析】 $\because$ 扇形的圆心角为 120° ，所对的弧长为 $\frac{8\pi}{3}$ ，

$$\therefore l = \frac{120\pi \cdot R}{180} = \frac{8\pi}{3}, \text{ 解得 } R = 4,$$

$$\text{则扇形的面积为 } \frac{1}{2}Rl = \frac{16}{3}\pi.$$

【标注】 【知识点】 扇形的面积公式

【知识点】 弧长公式

35. 已知扇形的圆心角为 120° ，弧长为 6π ，则扇形的面积是 _____ .

【答案】 27π

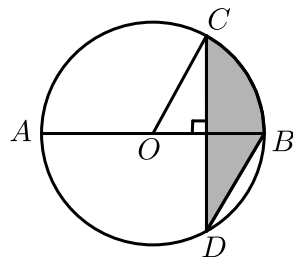
【解析】 由弧长公式，得 $6\pi = \frac{60\pi r}{180}$ ，则 $r = 9$ ，

则扇形面积 $S = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 6\pi \times 9 = 27\pi$.

【标注】【知识点】弧长公式

【知识点】扇形的面积公式

36. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, $\angle CDB = 30^\circ$, $CD = 2\sqrt{3}$, 则阴影部分图形的面积为 () .



A. 4π

B. 2π

C. π

D. $\frac{2\pi}{3}$

【答案】D

【解析】 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, $\angle CDB = 30^\circ$,

$\therefore$ 阴影部分图形的面积为扇形 BOC 的面积.

$\because \angle CDB = 30^\circ$, $\therefore \angle COB = 60^\circ$.

$\because CD = 2\sqrt{3}$, $\therefore R = 2$,

$$\therefore S = \frac{\pi R^2}{6} = \frac{2\pi}{3}.$$

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】扇形的面积公式

练习

37. 扇形的弧长是 20π cm, 面积是 240π cm², 则扇形的圆心角是 _____ .

【答案】 150°

【解析】根据扇形面积公式 $S = \frac{1}{2}lr$ 得 $r = \frac{2S}{l} = \frac{2 \times 240\pi}{20\pi} = 24$ cm,

$$\text{根据弧长公式 } l = \frac{n\pi r}{180^\circ} \text{ 得 } n = \frac{180^\circ l}{\pi r} = \frac{180^\circ \times 20\pi}{24\pi} = 150^\circ.$$

【标注】【知识点】扇形的面积公式

38. 一个扇形的弧长是 20π cm, 面积是 240π cm², 则这个扇形的圆心角是 _____ 度.

【答案】 150

【解析】 根据扇形的面积公式 $S = \frac{1}{2}lr$ 可得:

$$240\pi = \frac{1}{2} \times 20\pi r,$$

解得 $r = 24$,

$$\text{再根据弧长公式 } l = \frac{n\pi r}{180} = 20\pi,$$

解得 $n = 150$.

即这个扇形的圆心角是150度.

【标注】 【知识点】 扇形的面积公式

【知识点】 弧长公式

39. 一个扇形的半径等于一个圆的半径的2倍, 且扇形面积和圆的面积相等, 那么这个扇形的圆心角度数是 ().

A. 30°

B. 60°

C. 90°

D. 120°

【答案】 C

【解析】 设圆的半径为 r , 则扇形的半径为 $2r$,

$\because$ 扇形面积和圆的面积相等,

$$\therefore \pi r^2 = \frac{n\pi(2r)^2}{360},$$

解得 $n = 90$,

$\therefore$ 这个扇形的圆心角为 90° .

故选C.

【标注】 【知识点】 扇形的面积公式

|| 练习

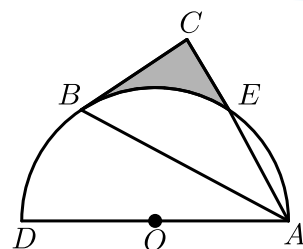
40. 如图, 以 AD 为直径的半圆 O 经过 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 的两个端点, 交直角边 AC 于点 E , B 、 E 是半圆弧的三等分点, 弧 BE 的长为 $\frac{2}{3}\pi$, 则图中阴影部分的面积为 ().

A. $\frac{1}{9}\pi$

B. $\frac{\sqrt{3}}{9}\pi$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\pi}{2}$

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{2\pi}{3}$



【答案】D

【解析】连接 BD, BE, BO, EO ,

$\because B, E$ 是半圆弧的三等分点,

$\therefore \angle EOA = \angle EOB = \angle BOD = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 30^\circ$,

$\therefore$ 弧 BE 的长为 $\frac{2}{3}\pi$,

$\therefore \frac{60\pi \times R}{180} = \frac{2}{3}\pi$,

解得: $R = 2$,

$\therefore AB = AD \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{3}$,

$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$,

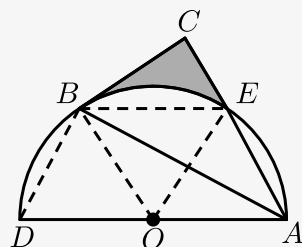
$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 3$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \triangle BOE$ 和 $\triangle ABE$ 同底等高,

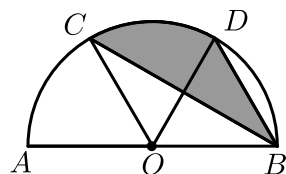
$\therefore \triangle BOE$ 和 $\triangle ABE$ 面积相等,

$\therefore$ 图中阴影部分的面积为: $S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形}BOE} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{3}\pi$.



【标注】【知识点】扇形的面积公式

41. 如图, 半圆的半径为 2cm , 点 C, D 三等分半圆, 则阴影部分的面积为 _____.



【答案】 $\frac{2}{3}\pi\text{cm}^2$

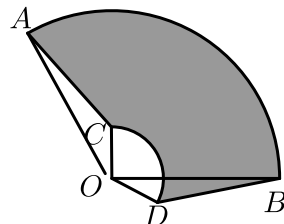
【解析】易得 $S_{\triangle OCD} = S_{\triangle BCD}$,

$$\text{则 } S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形} OCD} = \frac{60}{360} \times 2^2 \times \pi = \frac{2}{3} \pi (\text{cm}^2) .$$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】扇形的面积公式

42. 如图，将三角形 AOC 绕点 O 顺时针旋转 120° 得三角形 BOD ，已知 $OA = 4$ ， $OC = 1$ ，那么图中阴影部分的面积为 _____。（结果保留 π ）



【答案】 5π

【解析】 $\because \triangle AOC \cong \triangle BOD$ ，

$\therefore$ 阴影部分的面积 = 扇形 OAB 的面积 - 扇形 OCD 的面积

$$= \frac{120 \cdot \pi \cdot 4^2}{360} - \frac{120 \cdot \pi \cdot 1^2}{360} = 5\pi ,$$

故答案为 5π .

【标注】【知识点】旋转性质综合应用

【知识点】旋转的性质

【知识点】扇形的面积公式

【能力】运算能力

练习

43. 用一张半径为20的扇形纸片制成一个圆锥（接缝忽略不计），如果圆锥底面的半径为10，那么扇形的圆心角为（ ）.

A. 60° B. 90° C. 135° D. 180°

【答案】 D

【解析】 $\because$ 圆锥底面的半径为10，

$\therefore$ 圆锥底面圆的周长为 20π ，

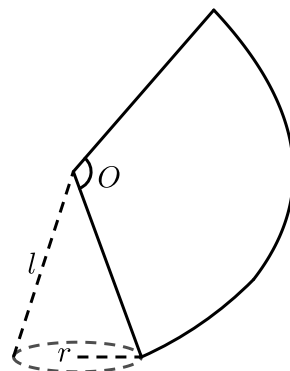
即扇形的弧长为 20π ，

设扇形的圆心角为 n° ，则 $\frac{n\pi \times 20}{180} = 20\pi$ ，

解得 $n = 180$ 。

【标注】【知识点】求圆锥展开图扇形的圆心角

44. 如图，沿一条母线将圆锥侧面剪开并展平，得到一个扇形，若圆锥的底面圆的半径 $r = 2\text{cm}$ ，母线长 l 为 6cm ，则扇形的圆心角 $\theta =$ _____。



【答案】 120°

【解析】 圆锥的底面周长 $= 2\pi \times 2 = 4\pi \text{ cm}$ 。

$\therefore$ 母线长为 6cm ，则 $\frac{\theta \cdot \pi \cdot l}{180} = \frac{6\pi \cdot \theta}{180} = 4\pi$ 。

$\theta = 120^\circ$ 。

【标注】【知识点】求圆锥展开图扇形的圆心角

45. 圆锥的母线长为 5cm ，底面半径为 3cm ，那么它的侧面展开图的圆心角是_____。

【答案】 216°

【解析】 $\therefore$ 圆锥的底面半径长 3cm ，

$\therefore$ 圆锥的底面周长为 $6\pi\text{cm}$ ，

设扇形的圆心角为 n° ，

$\therefore \frac{n\pi \times 5}{180} = 6\pi$ ，

解得 $n = 216^\circ$ 。

【标注】【知识点】求圆锥展开图扇形的圆心角

- 46.

将一个半径为6cm，母线长为15cm的圆锥形纸筒沿一条母线剪开并展平，所得的侧面展开图的圆心角是 _____ 度．

【答案】 144

【解析】 ∵ 将一个半径为6cm，母线长为15cm的圆锥形纸筒沿一条母线剪开并展平，

$$\therefore \text{圆锥侧面积公式为：} S = \pi r l = \pi \times 6 \times 15 = 90\pi \text{cm}^2,$$

$$\therefore \text{扇形面积为} 90\pi = \frac{n\pi \times 15^2}{360},$$

$$\text{解得：} n = 144,$$

$$\therefore \text{侧面展开图的圆心角是} 144^\circ.$$

【标注】 【知识点】 求圆锥展开图扇形的圆心角

47. 圆锥的底圆半径是1，高是 $\sqrt{3}$ ，则这个圆锥的侧面展开图的圆心角的度数是 _____ ．

【答案】 180°

【解析】 ∵ 底面半径为1，高为 $\sqrt{3}$ ，

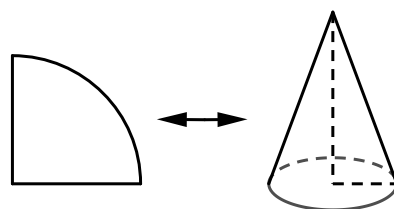
$$\text{则母线} l = \sqrt{1 + \sqrt{3}^2} = 2,$$

$$\text{由} \frac{n\pi \times 2}{180^\circ} = 2\pi, \text{可知} n = 180^\circ,$$

$$\therefore \text{侧面展开图形的圆心角的度数是} 180^\circ.$$

【标注】 【知识点】 求圆锥展开图扇形的圆心角

48. 用圆心角为 90° ，半径为16cm的扇形纸片卷成一个圆锥形无底纸帽（接缝不计），如图，则这个纸帽的底面半径为（ ）．



A. 8cm

B. 4cm

C. 16cm

D. 2cm

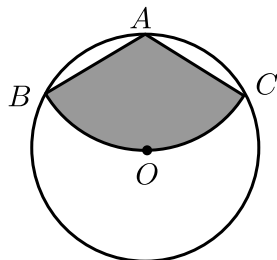
【答案】 B

【解析】 设这个纸帽的底面半径为 r ，根据题意得 $2\pi r = \frac{90 \cdot \pi \cdot 16}{180}$ ，解得 $r = 4$ ，所以这个纸帽的底面半径为4cm．

故选B.

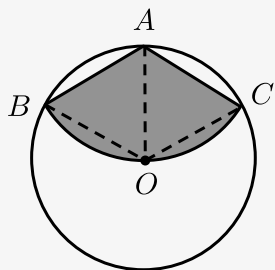
【标注】【知识点】求圆锥的底面半径

49. 如图, 从一块半径为1m的圆形铁皮上剪出一个圆周角为 120° 的扇形 ABC , 如果将剪下来的扇形围成一个圆锥, 则该圆锥的底面圆的半径为 _____ m.



【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】如图, 连接 OB , OC , OA ,



$$\because OB = OC, OA = OA, AB = AC,$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ACO (\text{SSS}),$$

$$\therefore \angle BAO = \angle CAO = 60^\circ,$$

$$\because AO = BO,$$

$$\therefore \triangle ABO \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore AB = AO = 1\text{m},$$

由题意得, 阴影扇形的半径为1m, 圆心角的度数为 120° ,

$$\text{则扇形的弧长为: } \frac{120\pi \times 1}{180} \text{m},$$

而扇形的弧长相当于围成圆锥的底面周长,

$$\text{因此有: } 2\pi r = \frac{120\pi \times 1}{180},$$

$$\text{解得, } r = \frac{1}{3}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{3}.$$

【标注】【知识点】求圆锥的底面半径

50. 在图①所示的正方形铁皮上剪下一个圆形和一个扇形，使之恰好围成图②所示的圆锥模型．设圆的半径为 r ，扇形的半径为 R ，则 R 与 r 之间的关系为（ ）．

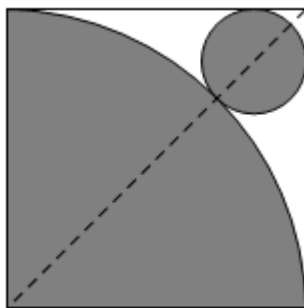


图1



图2

- A. $R = 2r$ B. $R = \frac{9}{4}r$ C. $R = 3r$ D. $R = 4r$

【答案】 D

【解析】 因为扇形的弧长等于圆锥底面周长，所以 $\frac{1}{4} \times 2\pi R = 2\pi r$ ，化简得 $R = 4r$ ，
故选D．

【标注】【知识点】求圆锥的底面半径

51. 现有一个半径长为4cm的半圆，用它恰好围成一个圆锥的侧面（接缝忽略不计），该圆锥底面圆的半径为 _____ cm．

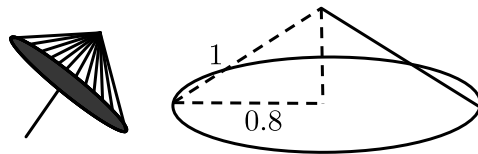
【答案】 2

【解析】 $\because S = \frac{1}{2} \cdot \pi \times 4^2 = 8\pi$ ，
 $S = \pi r R$ ，
 $\therefore 8\pi = 4\pi \cdot r$ ，
 $\therefore r = 2$ ．

【标注】【知识点】求圆锥的底面半径

练习

52. 如图，一把遮阳伞撑开时母线长1m，底面半径为0.8m，若做这把遮阳伞需要布料面积是（ ） m^2



A. 0.4π

B. 0.8π

C. 1.2π

D. 1.6π

【答案】 B

【解析】 圆锥的底面周长 $= 2\pi r = 2\pi \times 0.8 = 1.6\pi$,

$\therefore$ 圆锥的底面周长等于圆锥的侧面展开扇形的弧长,

$\therefore$ 圆锥的侧面积 $= \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 1.6\pi \times 1 = 0.8\pi$.

故选B.

【标注】 【知识点】求圆锥的侧面积

53. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 将 $\triangle ABC$ 绕边 AC 所在直线旋转一周得到圆锥, 则该圆锥的侧面积是 _____.

【答案】 20π

【解析】 由已知得, 母线长 $l = 5$, 半径 $r = 4$,

$\therefore$ 圆锥的侧面积是 $S = \pi lr = 5 \times 4 \times \pi = 20\pi$.

【标注】 【知识点】求圆锥的侧面积

54. 已知一个圆锥底面圆的半径为 6cm , 高为 8cm , 则圆锥的侧面积为 _____ cm^2 . (结果保留 π)

【答案】 60π

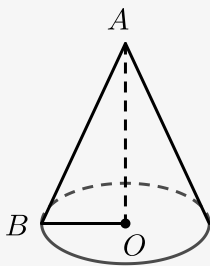
【解析】 方法一: 圆锥的母线 $= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{cm}$,

圆锥的底面周长 $2\pi r = 12\pi \text{ cm}$,

圆锥的侧面积 $= \frac{1}{2}lR = \frac{1}{2} \times 12\pi \times 10 = 60\pi \text{ cm}^2$.

故答案为: 60π .

方法二: 如图, 由题意可知, $AO = 8\text{cm}$, $OB = 6\text{cm}$,



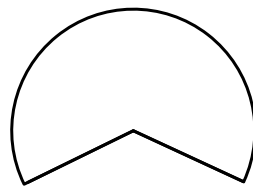
$$\therefore AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{cm},$$

$$\text{由圆锥侧面积公式可得: } S = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot l = \pi r l = \pi \times 6 \times 10 = 60\pi,$$

$$\therefore \text{侧面积为 } 60\pi \text{ cm}^2.$$

【标注】【知识点】求圆锥的侧面积

55. 如图所示的扇形纸片半径为5cm，用它围成一个圆锥的侧面，该圆锥的高是4cm，则该圆锥的底面周长是（ ）。



A. $3\pi\text{cm}$

B. $4\pi\text{cm}$

C. $5\pi\text{cm}$

D. $6\pi\text{cm}$

【答案】D

【解析】 $\because$ 扇形纸片半径为5cm，用它围成一个圆锥的侧面，该圆锥的高是4cm，

$$\therefore \text{圆锥的底面半径为: } \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\text{cm}),$$

$$\therefore \text{该圆锥的底面周长是: } 2\pi \times 3 = 6\pi(\text{cm}).$$

【标注】【知识点】求圆锥的底面半径

56. 已知圆锥的底面半径为5cm，母线长为13cm，则这个圆锥的侧面积是（ ）

A. $60\pi\text{cm}^2$

B. $65\pi\text{cm}^2$

C. $120\pi\text{cm}^2$

D. $130\pi\text{cm}^2$

【答案】B

$$\text{【解析】解: 这个圆锥的侧面积} = \frac{1}{2} \times 2\pi \times 5 \times 13 = 65\pi(\text{cm}^2).$$

故选: B.

【标注】【知识点】求圆锥的侧面积

练习

57. 用半径为12cm，圆心角为150°的扇形做成一个圆锥模型的侧面，则此圆锥的高为 _____ cm .

【答案】 $\sqrt{119}$

【解析】 圆锥底面周长为 $\frac{150^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 12 = 10\pi = 2\pi \times 5$,
由勾股定理可得，圆锥的高为 $\sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{119}$.

【标注】 【知识点】 求圆锥的高

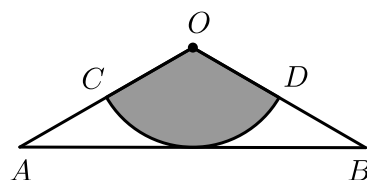
58. 已知圆锥底面积为 $9\pi\text{cm}^2$ ，侧面积为 $27\pi\text{cm}^2$ ，则母线长为 _____ .

【答案】 9cm

【解析】 因为圆锥底面积为 $9\pi\text{cm}^2$ ，所以底面半径为3cm，底面周长为 6π ，根据 $S = \frac{1}{2}LR$ 求出
母线长为9cm .

【标注】 【知识点】 求圆锥的高

59. 如图，从一张腰长为60cm，顶角为120°的等腰三角形铁皮OAB中剪出一个最大的扇形OCD，用此剪下的扇形铁皮围成一个圆锥的侧面（不计损耗），则该圆锥的高为（ ） .



A. 10cm

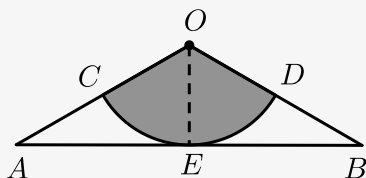
B. 15cm

C. $10\sqrt{3}\text{cm}$

D. $20\sqrt{2}\text{cm}$

【答案】 D

【解析】 过O作 $OE \perp AB$ 于E，



$\therefore OA = OD = 60\text{cm}$, $\angle AOB = 120^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle B = 30^\circ$,

$$\therefore OE = \frac{1}{2}OA = 30\text{cm},$$

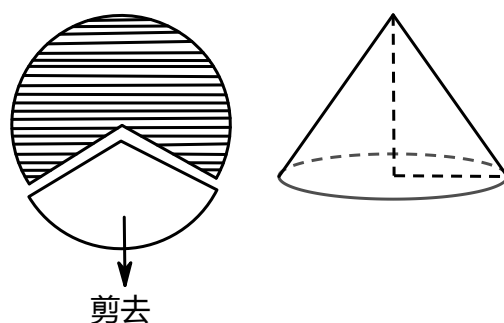
$$\therefore \text{弧}CD\text{的长} = \frac{120 \cdot \pi \times 30}{180} = 20\pi,$$

设圆锥的底面圆的半径为 r ，则 $2\pi r = 20\pi$ ，解得 $r = 10$ ，

$$\therefore \text{圆锥的高} = \sqrt{30^2 - 10^2} = 20\sqrt{2}.$$

【标注】【知识点】求圆锥的高

60. 如图，如果从半径为9cm的圆形纸片剪去 $\frac{1}{3}$ 圆周的一个扇形，将留下的扇形围成一个圆锥（接缝处不重叠），那么这个圆锥的高为（ ）.



- A. 6cm B. $3\sqrt{5}\text{cm}$ C. 8cm D. $5\sqrt{3}\text{cm}$

【答案】 B

【解析】 方法一： $\frac{2}{3}$ 圆周的扇形弧长为 $\frac{2}{3}\pi \times 9 \times 2 = 12\pi\text{cm}$ ，

$$\therefore \text{底面圆的半径为} r = \frac{12\pi}{2\pi} = 6\text{cm},$$

$$\therefore \text{由勾股定理可知，这个圆锥的高为} h = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\text{cm}.$$

方法二： $\because$ 从半径为9cm的圆形纸片剪去 $\frac{1}{3}$ 圆周的一个扇形，

$$\therefore \text{剩下的扇形的角度} = 360^\circ \times \frac{2}{3} = 240^\circ,$$

$$\therefore \text{留下的扇形的弧长} = \frac{240\pi \cdot 9}{180} = 12\pi\text{cm},$$

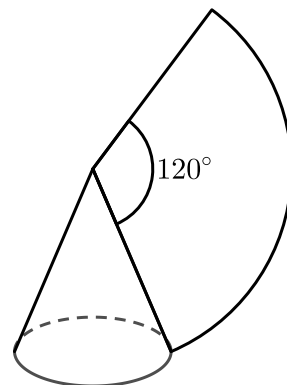
$$\therefore \text{圆锥的底面半径} r = \frac{12\pi}{2\pi} = 6\text{cm},$$

$$\therefore \text{圆锥的高} = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\text{cm}.$$

故选B.

【标注】【知识点】求圆锥的高

61. 圣诞节，小红用一张半径为24cm，圆心角为 120° 的扇形红色纸片做成一个圆锥形的帽子，则这个圆锥形帽子的高为 _____ cm.



【答案】 $16\sqrt{2}$

【解析】 扇形弧长 $l = \frac{120 \cdot \pi \times 24}{180} = 16\pi(\text{cm})$,

设底面圆的半径为 r , 圆锥的高为 h .

则 $2\pi r = 16\pi$,

$\therefore r = 8(\text{cm})$.

$\therefore$ 圆锥的高与底面半径、圆锥母线构成直角三角形,

$\therefore 8^2 + h^2 = 24^2$,

$\therefore h = 16\sqrt{2}(\text{cm})$.

故答案为: $16\sqrt{2}$.

【标注】【知识点】求圆锥的高

练习

62. 已知圆锥的底面半径为3, 侧面积为 12π , 则这个圆锥的母线长为 ____.

【答案】 4

【解析】 设圆锥母线为 l ,

根据题意得, $3\pi l = 12\pi$,

解得 $l = 4$,

$\therefore$ 这个圆锥母线长为4.

故答案为: 4.

【标注】【知识点】求圆锥的母线

63. 一个圆锥的底面半径是6cm, 其侧面展开图为半圆, 则圆锥的母线长为 () .

A. 9cm

B. 12cm

C. 15cm

D. 18cm

【答案】 B

【解析】 圆锥的母线长 $= 2 \times \pi \times 6 \times \frac{180}{180\pi} = 12\text{cm}$.

【标注】 【知识点】 求圆锥的母线

64. 若一个圆锥的底面圆半径为3cm，其侧面展开图的圆心角为 120° ，则圆锥的母线长是 _____ .

【答案】 9

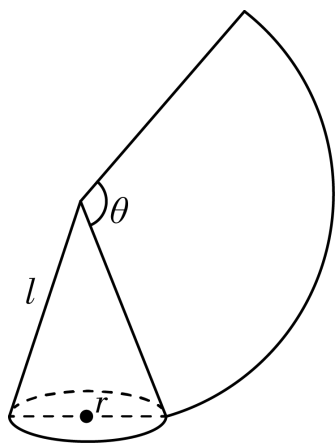
【解析】 设母线长为 l ，则 $\frac{120\pi \times l}{180} = 2\pi \times 3$ ，

解得： $l = 9$ ，

故答案为：9 .

【标注】 【知识点】 求圆锥的母线

65. 如图，沿一条母线将圆锥侧面剪开并展平，得到一个扇形，若圆锥的底面圆的半径 $r = 2\text{cm}$ ，扇形的圆心角 $\theta = 120^\circ$ ，则该圆锥的母线长 l 为 _____ cm .



【答案】 6

【解析】 解：圆锥的底面周长 $= 2\pi \times 2 = 4\pi\text{cm}$ ，

设圆锥的母线长为 l ，则： $\frac{120\pi \times l}{180} = 4\pi$ ，

解得 $l = 6$.

【标注】 【知识点】 求圆锥的母线